

BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES 2024.

Le sujet comporte 5 pages.

Les calculatrices sont autorisées.

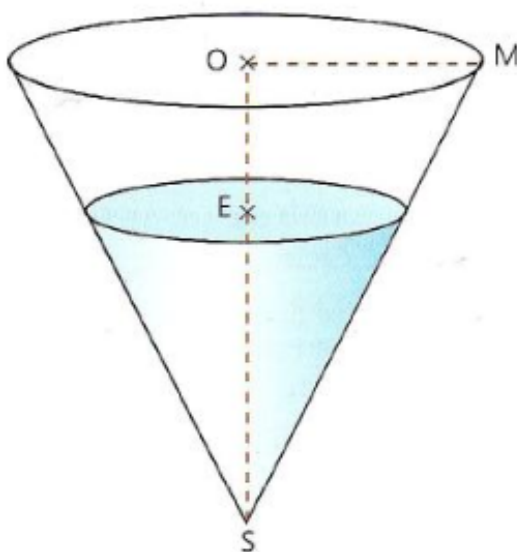
Les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser les traces de recherche ; elles seront prises en compte dans la notation.

La présentation, l'orthographe et la rédaction seront évaluées.

Exercice 1 : 14 points

Un bassin a la forme d'un cône de révolution qui a pour base un disque de rayon OM égal à 3m et dont la hauteur SO est égale à 6m.



- Montrer que le volume V du bassin, en m^3 , est égal à 18π .
En donner l'arrondi au dm^3 .
 - Ce volume représente-t-il plus ou moins de 10 000 litres ?
- Combien de temps faudrait-il à une pompe débitant 15 litres par seconde pour remplir complètement le bassin ? Donner le résultat arrondi à la seconde.
 - Cette durée est-elle inférieure à 1 heure ?
- On remplit ce bassin avec de l'eau, sur une hauteur de 4m.
L'eau occupe alors un cône qui est une réduction du bassin.
 - Quel est le coefficient de la réduction ?
 - En déduire le volume d'eau exact V' contenu dans le bassin.

Rappels : Volume cône = $\frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

1 litre = $1 dm^3$

Exercice 2 : 19 points

Dans la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle :

Les points D, P et A sont alignés ;

Les points K, H et A sont alignés ;

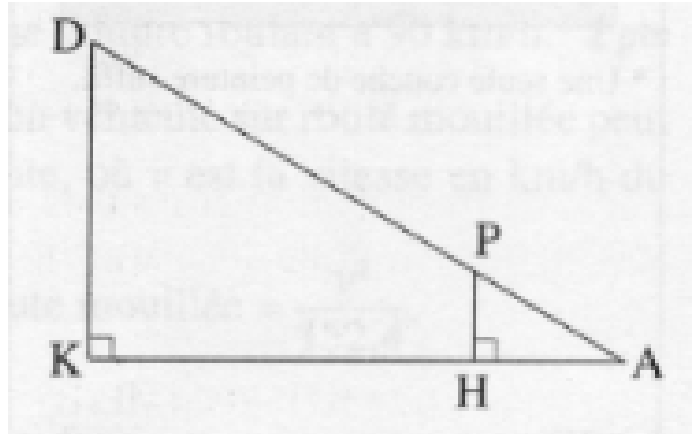
$DA = 60$ cm ;

$DK = 11$ cm ;

$DP = 45$ cm.

1) Calculer KA au millimètre près.

2) Calculer HP.



Exercice 3 : 16 points

On considère le programme de calcul suivant :

- * Choisir un nombre de départ.
- * Ajouter à ce nombre par 2.
- * Calculer le carré du résultat précédent.
- * Soustraire au résultat précédent le carré du nombre de départ.

- 1) a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 12.
b) Lorsque le nombre de départ est -1 , quel est le résultat final ?
- 2) Quand le nombre de départ est x , quel est le résultat final sous sa forme développée et réduite ?
- 3) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 10 ?
- 4) Maxime prétend qu'en additionnant 1 au nombre de départ et en multipliant ensuite par 4, on obtient toujours le même résultat que celui du programme de calcul. A-t-il raison ?

Exercice 4 : 20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Indiquer le numéro de la question et, sans justifier, donner la réponse exacte.

Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

x désigne un nombre quelconque.

| QUESTIONS | REPONSE A | REPONSE B | REPONSE C | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|--|---|------------------|--------------------|---|--|---|---|--|---|---|--|---|--|--|--|
| 1) Si on développe l'expression $(x + 2)(3x - 1)$ alors on obtient : | $3x^2 + 5x - 2$ | $3x^2 + 6x + 2$ | $3x^2 - 1$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3) Le produit de 18 facteurs égaux à -8 est : | -8^{18} | $(-8)^{18}$ | $18 \times (-8)$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4) La forme factorisée de l'expression $(x - 1)^2 - 9$ est : | $(x - 4)(x + 2)$ | $x^2 - 2x - 8$ | $x^2 - 10$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5) Une solution de l'équation $2x^2 + 3x - 2 = 0$ est : | 0 | 2 | -2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5) Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées géographiques : | $(45^\circ\text{N} ; 45^\circ\text{E})$ | $(78^\circ\text{N} ; 0^\circ\text{E})$ | $(0^\circ\text{N} ; 78^\circ\text{E})$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6) Lorsqu'on regarde un angle de 18° à la loupe de grossissement 2, on voit un angle de ? | 9° | 36° | 18° | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7) On étudie avec un tableur le programme de calcul suivant : Choisir un nombre, l'élever au carré puis additionner 7. | $= A2 * A2 + 7$ | $= 1^2 + 7$ | $= A2 * 2 + 7$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1" data-bbox="52 1332 625 1534"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Nombre de départ</td> <td>Résultat programme</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <p>Quelle formule est à entrer en cellule B2 avant de l'étirer vers le bas ?</p> | | A | B | 1 | Nombre de départ | Résultat programme | 2 | | 1 | 3 | | 2 | 4 | | 3 | | | |
| | A | B | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | Nombre de départ | Résultat programme | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7) Une fourmi peut avoir une vitesse de | 4 km/s | 4 m/s | 4 mm/s | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9) La distance de la Terre à la Lune est | $3,844 \times 10^5$ km | $3,844 \times 10^{-5}$ km | 3,844 km | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10) Dans un triangle RMI rectangle en I tel que $IM = 7,2$ cm et $RM = 10$ cm, l'angle \widehat{IMR} mesure : | $\widehat{IMR} \approx 36^\circ$ | $\widehat{IMR} \approx 44^\circ$ | $\widehat{IMR} \approx 46^\circ$ | | | | | | | | | | | | | | | |

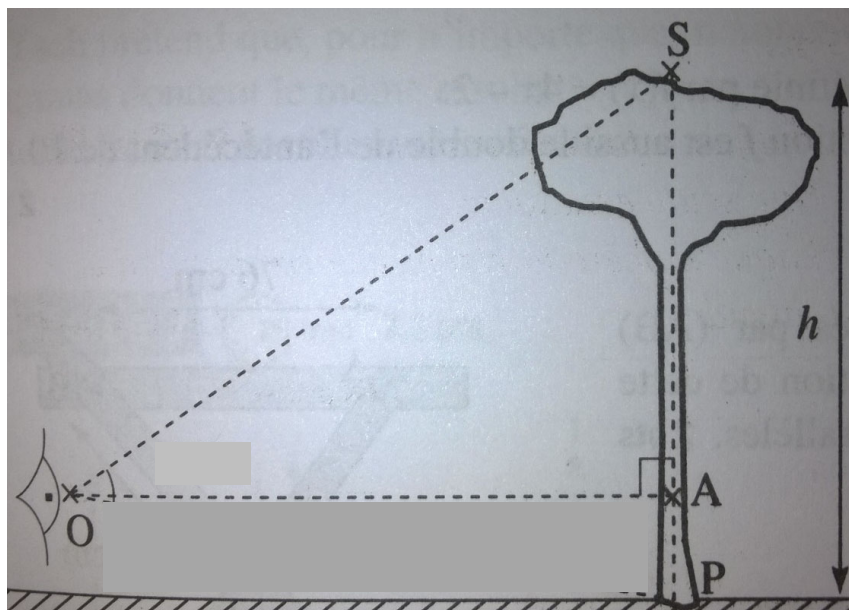
Exercice 5 : 18 points

Un ingénieur de l'Office national des forêts fait le marquage d'un lot de pins destinés à la vente.

- 1) Dans un premier temps, il estime la hauteur des arbres de ce lot. Pour cela, il utilise un appareil qui mesure l'angle \widehat{SOA} en plaçant son œil au point O dans l'appareil.

Avec les données suivantes :

- $OA = 17$ m
- $AP = 1,70$ m
- $\widehat{SOA} = 50^\circ$



Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au dixième de mètre.

- 2) Dans un second temps, il effectue une mesure du diamètre de chaque arbre et répertorie toutes les données dans la feuille de calcul suivante :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1 | Diamètre (cm) | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | |
| 2 | Effectif | 2 | 4 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 | 11 | 4 | 3 | |

- a) Quelle formule doit-on saisir en cellule M2 pour obtenir le nombre total d'arbre ?
 b) Montrer que le diamètre moyen d'un arbre de ce lot est de 57 cm au cm près.
- 3) Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètre cube, on utilise la

formule suivante : $V = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$ où D est le diamètre du pin en mètre et h sa hauteur en mètre.

Le lot est constitué de 92 arbres de même hauteur 22 m dont le diamètre moyen est 57 cm. Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ?

Exercice 6 : 13 points

Voici un script réalisé avec le logiciel Scratch.

Les longueurs sont données en pixels.

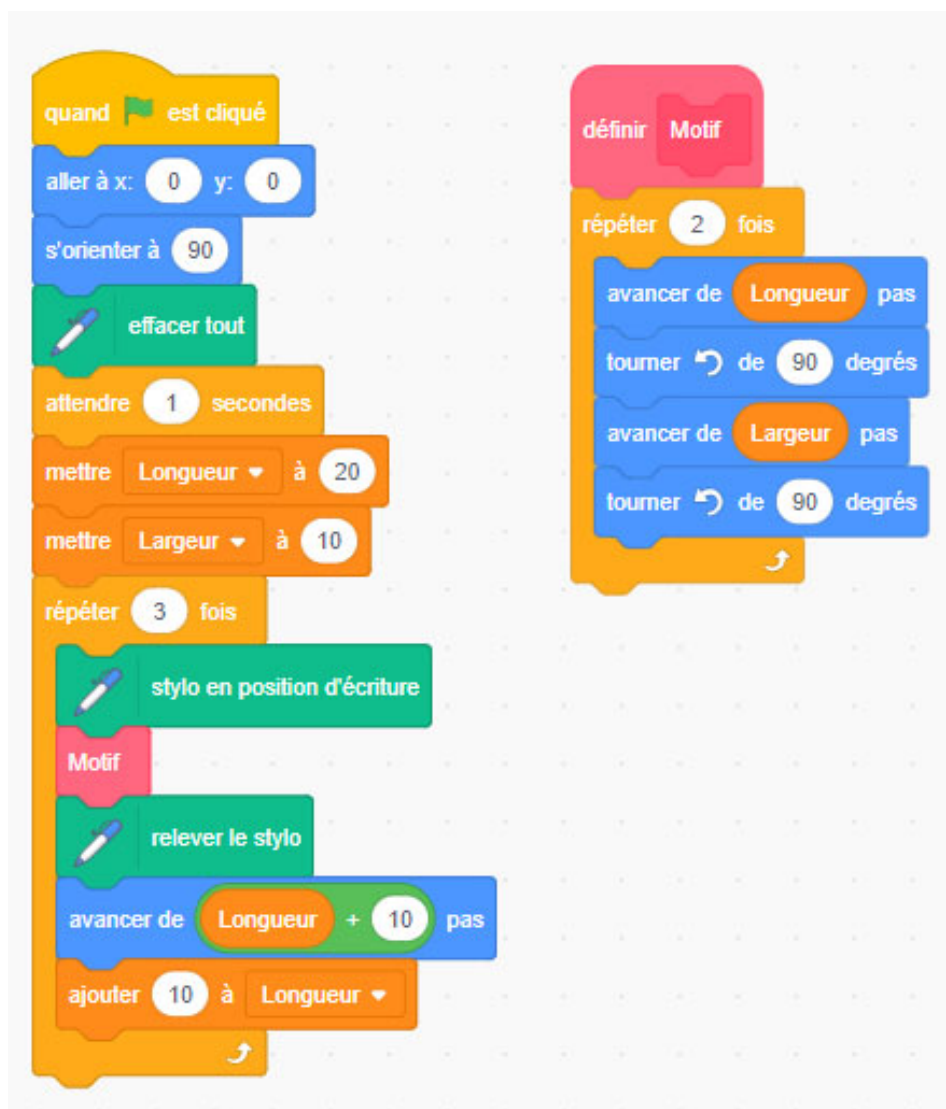
Ce script contient deux variables (« Longueur » et « Largeur ») et un bloc (« Motif »).

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie que le lutin est orienté prêt à partir horizontalement vers la droite.

- 1) Combien de Motifs sont tracés par le script ?
- 2) Quelle figure géométrique est réalisée par le bloc « Motif » ?
- 3) Quelles sont les dimensions du deuxième Motif tracé par le script ?
- 4) Construire le dessin réalisé par le script, à l'échelle 1 cm pour 10 pas.

On pourra placer un point D (point de départ du lutin) et un point A (point d'arrivée du lutin) sur son dessin.

- 5) Quelle sont les coordonnées du lutin à la fin du script ?



CORRIGE

Exercice 1 :

1. a) $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 6}{3} = 18\pi \text{ m}^3 \approx 56,549 \text{ m}^3$
b) $V \approx 56549 \text{ litres}$ donc c'est plus de 100000 litres.
2. a) $18000\pi \div 15 \approx 3770 \text{ s}$
b) $1\text{h} = 3600 \text{ s}$ donc c'est plus de 1 heure.
3. a) le coefficient est $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
b) $V' = V \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{16}{3}\pi \text{ m}^3$

Exercice 2 :

1) ADK est un triangle rectangle **donc** d'après le théorème de Pythagore :

$$DA^2 = DK^2 + KA^2$$

$$KA^2 = 60^2 - 11^2$$

$$KA^2 = 3479$$

$$KA = \sqrt{3479} \approx 59 \text{ cm}$$

2)

$$\begin{cases} (DK) \perp (KA) \\ (PH) \perp (KA) \end{cases} \text{ **donc** } (DK) \parallel (PH)$$

(Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles)

$$(DK) \parallel (PH) \text{ **donc** d'après le théorème de Thalès } \frac{AH}{AK} = \frac{AP}{AD} = \frac{PH}{DK}$$

$$PH = \frac{AP \times DK}{AD} = \frac{(60-45) \times 11}{60} = \frac{11}{4} = 2,75 \text{ cm}$$

Exercice 3 : points

On considère le programme de calcul suivant :

- * Choisir un nombre de départ.
- * Ajouter à ce nombre par 2.
- * Calculer le carré du résultat précédent.
- * Soustraire au résultat précédent le carré du nombre de départ.

1) a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 12.

$$2 + 2 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$16 - 2^2 = 12$$

b) Lorsque le nombre de départ est -1 , quel est le résultat final ?

$$-1 + 2 = 1$$

$$1^2 = 1$$

$$1 - (-1)^2 = 1 - 1 = 0$$

2) Quand le nombre de départ est x , quel est le résultat final sous sa forme développée et réduite ?

$$(x + 2)^2 - x^2 = (x + 2)(x + 2) - x^2$$

$$= x^2 + 2x + 2x + 4 - x^2$$

$$= 4x + 4$$

3) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 10 ?

$$4x + 4 = 10$$

$$4x = 10 - 4$$

$$4x = 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ il faut choisir } \frac{3}{2} \text{ pour obtenir } 10$$

4) Maxime prétend qu'en additionnant 1 au nombre de départ et en multipliant ensuite par 4, on obtient toujours le même résultat que celui du programme de calcul. A-t-il raison ?

Exercice 4 :

| QUESTIONS | REPONSE A | REPONSE B | REPONSE C |
|--|------------------|-----------------|------------------|
| 1) Si on développe $(x + 2)(3x - 1)$ alors on obtient: | $3x^2 + 5x - 2$ | $3x^2 + 6x + 2$ | $3x^2 - 1$ |
| 2) Le produit de 18 facteurs égaux à -8 est : | -8^{18} | $(-8)^{18}$ | $18 \times (-8)$ |
| 4) La forme factorisée de $(x - 1)^2 - 9$ est : | $(x - 4)(x + 2)$ | $x^2 - 2x - 8$ | $x^2 - 10$ |
| 4) Une solution de l'équation $2x^2 + 3x - 2 = 0$ est : | 0 | 2 | -2 |
| 5) Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées géographiques : | (45°N ; 45°E) | (78°N ; 0°E) | (0°N ; 78°E) |
| 6) Lorsqu'on regarde un angle de 18° à la loupe de grossissement 2, on voit un angle de ? | 9° | 36° | 18° |

| <p>7) On étudie avec un tableur le programme de calcul suivant : Choisir un nombre, l'élever au carré puis additionner 7. Quelle formule est à entrer en cellule B2 avant de l'étirer vers le bas ?</p> <table border="1" data-bbox="33 443 619 645"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Nombre de départ</td> <td>Résultat programme</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> | | A | B | 1 | Nombre de départ | Résultat programme | 2 | | 1 | 3 | | 2 | 4 | | 3 | $= A2 * A2 + 7$ | $= 1^2 + 7$ | $= A2 * 2 + 7$ |
|--|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|---|------------------|--------------------|---|--|---|---|--|---|---|--|---|-----------------|-------------|----------------|
| | A | B | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | Nombre de départ | Résultat programme | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>8) Une fourmi se déplace à une vitesse de :</p> | <p>4 km/s</p> | <p>4 m/s</p> | <p>4 mm/s</p> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>9) La distance de la Terre à la Lune est :</p> | $3,844 \times 10^5 \text{ km}$ | $3,844 \times 10^{-5} \text{ km}$ | <p>3,844km</p> | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>10) Dans un triangle RMI rectangle en I tel que $IM = 7,2 \text{ cm}$ et $RM = 10 \text{ cm}$, l'angle \widehat{IMR} mesure :</p> | $\widehat{IMR} \approx 36^\circ$ | $\widehat{IMR} \approx 44^\circ$ | $\widehat{IMR} \approx 46^\circ$ | | | | | | | | | | | | | | | |

Exercice 5 :

- Dans le triangle rectangle OAS $\tan SOA = SA/OA$
 $SA = OA * \tan SOA$
 $= 17 * \tan 50$
 $\approx 20,3$
 $SP = AP + SA = 1,7 + 17 * \tan 50 \approx 22$
 La hauteur h de l'arbre est de 22 m
- A) =SOMME(B2 :L2)
 B) Moyenne = $2 * 30 + 4 * 35 + \dots + 3 * 80 / 2 + 4 + \dots + 3 = 5210/92 \approx 57$
 Le diamètre moyen d'un arbre est de 57 cm
- $92 * V * 70 = 92 * 10/24 * 0,57^2 * 22 * 70$
 $= 19 179,93$
 La vente rapportera 19 179,93€

Exercice 6 :

- Il y aura trois motifs
- Chaque motif est un rectangle
- Le deuxième rectangle aura une largeur de 10 pas et une longueur de 30 pas



4)

5) $20 + 10 + 30 + 10 + 40 + 10 = 120$ Les coordonnées du lutin sont (0 ;120)